

1. Klausur vom 27.09.2021

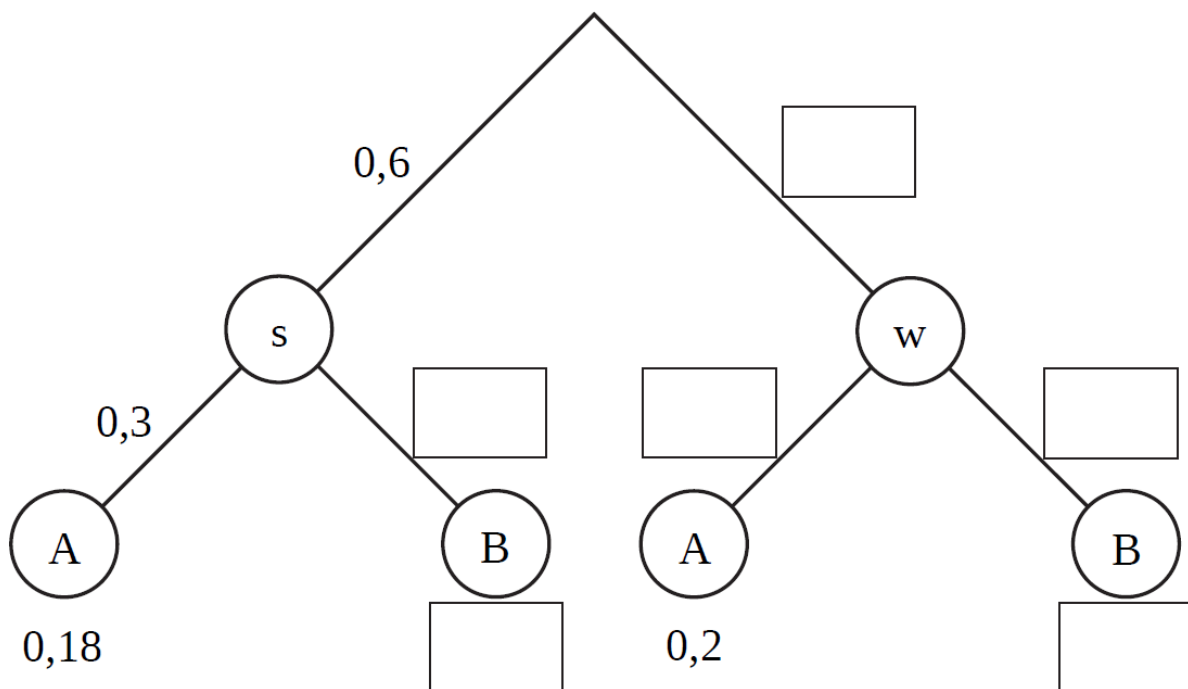
Arbeitszeit: 95 Minuten

Name: _____

Bei der Bearbeitung der Aufgaben müssen Sie auf nachvollziehbare Lösungswege und eine saubere Dokumentation achten. Eine nicht (vollständig) erbrachte Darstellungsleistung führt zu Punktabzügen.

Aufgabe 1

In einer Urne befinden sich schwarze (s) und weiße (w) Kugeln, die zusätzlich entweder mit dem Buchstaben A oder dem Buchstaben B beschriftet sind. Aus der Urne wird eine Kugel gezogen. Dieses Zufallsexperiment ist in dem folgenden unvollständig beschrifteten Baumdiagramm dargestellt:



- Ermitteln Sie die fehlenden Wahrscheinlichkeiten und geben Sie diese in den Rechtecken im Baumdiagramm an.
- Von der gezogenen Kugel wird zunächst nur bekannt gegeben, dass sie schwarz ist. Geben Sie die Wahrscheinlichkeit an, dass es sich um eine mit A beschriftete Kugel handelt.

(4+2=6 Punkte)

- c) Bei einem Spiel gewinnt der Spieler, wenn er eine schwarze Kugel mit einem A zieht. Der Einsatz beträgt 10 Euro, im Falle eines Gewinns bekommt der Spieler 20 Euro ausbezahlt. Die Zufallsvariable X gebe den Gewinn (also: die Auszahlung abzüglich des Einsatzes) an.

Bestimmen Sie den Erwartungswert $E(X)$.

- d) Wie hoch müsste die Auszahlung sein, damit das Spiel auf lange Sicht fair ist? Eine Angabe in Bruchdarstellung genügt hier.

(3+6=9 Punkte)

Aufgabe 2

Ein Unternehmen hat insgesamt 900 Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter, darunter 540 Frauen und 360 Männer. Die folgende Tabelle zeigt, wie viele Frauen bzw. Männer eine Lesehilfe (d.h. Brille oder Kontaktlinsen) tragen.

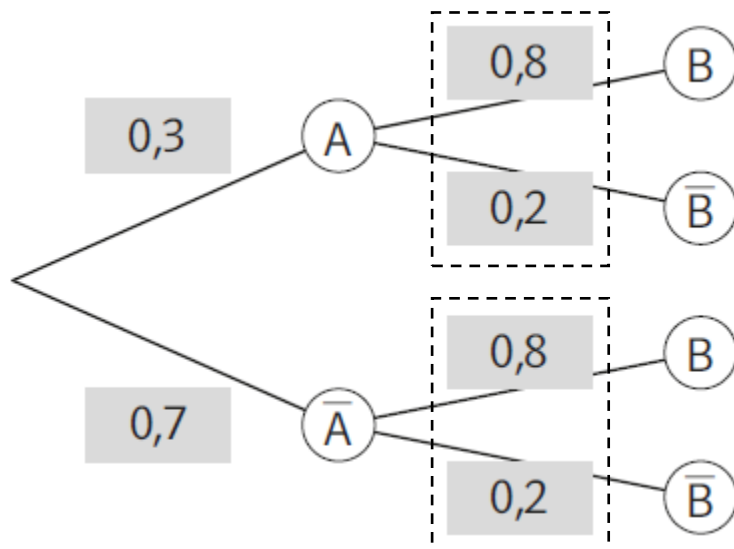
	Lesehilfe (L)	keine Lesehilfe ($\bar{L}$)	Summe
Frauen (F)	120		540
Männer ($\bar{F}$)			360
Summe	200		900

- a) Vervollständigen Sie die Vierfeldertafel.
- b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine beliebig aus der Ferne ausgewählte Frau, die keine Brille trägt, dennoch eine Lesehilfe (also: Kontaktlinsen) benötigt.
- c) Untersuchen Sie, ob die Merkmale F und L stochastisch unabhängig voneinander sind. Erläutern Sie auch, was Ihr Ergebnis im Sachzusammenhang bedeutet.

(4+3+8=15 Punkte)

Aufgabe 3

Bei einem Zufallsexperiment mit den Merkmalen A und B konnte Pia das folgende Baumdiagramm zeichnen:



Ihr fällt auf, dass die Teiläste der zweiten Stufe identisch sind (siehe Kästen mit gestrichelten Linien oben).

a) Zeigen Sie, dass die Merkmale A und B stochastisch unabhängig voneinander sind.

b) Pia stellt eine Vermutung auf:

„Wenn die Wahrscheinlichkeiten auf den beiden Teilästen der zweiten Stufe identisch sind, sind die Merkmale A und B immer stochastisch unabhängig voneinander.“

Entscheiden Sie begründet, ob Pia mit ihrer Annahme Recht hat.

(5+5=10 Punkte)

Aufgabe 4

Anna und Bert haben mehrfach montags in der 1. Stunde gefehlt. Anna versäumte 30 Prozent der 1. Stunden an Montagen, Bert 25 Prozent. In 15 Prozent aller Fälle fehlten sogar beide.

Der Klassenlehrer fragt sich, ob Berts Fehlen am Montag in der 1. Stunde unabhängig von Annas Fehlen ist. Dabei sei A das Ereignis „Anna fehlt montags in der 1. Stunde“ und B das Ereignis „Bert fehlt montags in der 1. Stunde“.

a) Stellen Sie die oben geschilderten Zusammenhänge in einer Vierfeldertafel dar.

- b) Erstellen Sie aus der Vierfeldertafel ein vollständig beschriftetes Baumdiagramm, das auf der ersten Stufe das Merkmal A hat.
- c) Untersuchen Sie, ob die Ereignisse A und B stochastisch unabhängig voneinander sind und deuten Sie anschließend Ihre Ergebnisse im Sachzusammenhang.

(9+6+5=20 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel: Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung.

Insgesamt erreichbare Punktzahl: 60 Punkte. Viel Erfolg!